

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«**Российский государственный гуманитарный университет**»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ОТДЕЛЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ГУМАНИТАРНОЙ СФЕРЕ

Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

45.03.04 Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере

Разработка и программирование интеллектуальных систем

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2023

Математическая логика  
Рабочая программа дисциплины  
Составитель:  
Доктор технических наук, профессор  
В.К. Финн

.....

УТВЕРЖДЕНО  
Протокол заседания кафедры МЛиИС  
№   2   от   16.03.2023

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

<b>1. Пояснительная записка</b>	<b>4</b>
1.1. Цель и задачи дисциплины	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	6
<b>2. Структура дисциплины</b>	<b>6</b>
<b>3. Содержание дисциплины</b>	<b>7</b>
<b>4. Образовательные технологии</b>	<b>8</b>
<b>5. Оценка планируемых результатов обучения</b>	<b>9</b>
5.1. Система оценивания	9
5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине	10
5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	11
<b>6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины</b>	<b>17</b>
6.1. Список источников и литературы	17
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	18
6.3. Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы	18
<b>7. Материально-техническое обеспечение дисциплины</b>	<b>18</b>
<b>8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов</b>	<b>18</b>
<b>9. Методические материалы</b>	<b>20</b>
9.1. Планы семинарских занятий	20
9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	23
<b>Приложения</b>	<b>27</b>
<i>Приложение 1</i>	27
<i>Приложение 2</i>	29

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины является развитие навыков точного рассуждения, включающего методы доказательства в исчислениях как заданных аксиоматически, так и в виде систем правил (аналитические таблицы).

Задачами дисциплины являются:

- изложение начальных сведений, необходимых как для дальнейшего изучения математической логики, так и для успешного освоения курсов программирования и информационных систем;
- введение в теорию бинарных отношений, которая необходима для изучения теории баз данных;
- изложение основ автоматического доказательства теорем (этот раздел логики имеет большое значение для систем искусственного интеллекта).

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1 Способен использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа, логики и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в информатике, лингвистике и гуманитарных науках	ОПК-1.1 Способен использовать основы математического анализа, логики и математического моделирования.	Знать: – характеристики аксиоматического метода; – определения фундаментальных понятий математической логики (логическая связка, формула, булевская оценка, тавтология, эквивалентность формул, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) и совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ), булевская функция, замкнутый класс булевских функций, полнота и предполнота класса булевских функций); – бинарное отношение, отношение эквивалентности и порядка, решетка, булева алгебра; – логический вывод и доказательство, натуральный вывод, исчисление гильбертовского типа, аналитические таблицы, предикат, квантор, реляционная система, модел, общезначимость, полнота и непротиворечивость формальных теорий, предваренная нормальная форма, предваренная нормальная форма Скулема, Эрбрановский универсум, резолюция, подстановка и унификация); – теорему о функциональной полноте системы булевских функций;
	ОПК-1.2 Способен использовать математические методы для построения моделей в информатике, лингвистике и некоторых гуманитарных дисциплинах.	

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– леммы Хинтикки и теоремы о полноте метода аналитических таблиц для логики высказываний и логики предикатов;</li> <li>– теорему о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема, теорему Эрбрана;</li> <li>– примеры применения теоремы Эрбрана для автоматического доказательства теорем (метод Девиса-Патнема, метод резолюций).</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– формулировать на языках логики высказываний и логики предикатов утверждения (прежде всего математические), записанные неформально;</li> <li>– использовать технику алгебры логики для приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ;</li> <li>– использовать технику натурального вывода для построения доказательств методом аналитических таблиц;</li> <li>– использовать алгебру бинарных отношений.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками построения истинностных таблиц;</li> <li>– навыками тождественных преобразований в алгебре логики;</li> <li>– навыками построения аналитических таблиц.</li> </ul>
<p>ОПК-2 Способен получать знания в области современных проблем науки, техники и технологии информатики, гуманитарных, лингвистических и социальных наук</p>	<p>ОПК-2.2 Пользуется современными справочными и библиотечными системами и системами дистанционного образования.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– способы доступа к информационным ресурсам по математической логике.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать поисковые машины для обнаружения нужной информации по математической логике.</li> </ul>

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая логика» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения математики в объеме курса средней школы.

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: математический анализ, алгебра, дискретная математика, теория алгоритмов, математическая лингвистика, программирование, логическое программирование, базы данных, интеллектуальные системы, информационные системы, интеллектуальный анализ данных и машинное обучение.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией и применением результатов и методов математической логики к задачам построения систем искусственного интеллекта.

## 2. Структура дисциплины

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 112 ч., промежуточная аттестация 36 ч., самостоятельная работа обучающихся 140 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная				Практические занятия			
			Лекции	Семинары	Лабораторные занятия	Лабораторные занятия				
1	Алгебра логики	1	8	12				24	Оценка выполнения практических заданий	
2	Логика высказываний	1	8	12				24	Оценка выполнения практических заданий	
3	Множества и отношения	1	8	8				22	Оценка выполнения практических заданий, контрольная работа	
	экзамен	1					18		экзамен по билетам	
4	Логика предикатов	2	12	12				34	Оценка выполнения практических заданий	

5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	2	12	20				36	Оценка выполнения практических заданий, контрольная работа
	экзамен	2						18	экзамен по билетам
	итого:		48	64				36	140

### 3. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Алгебра логики	Язык логики высказываний. Логические связки. Формулы. Булевские оценки. Тавтологии. Эквивалентные формулы. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Доказуемые формулы и формулы выводимые из гипотез. Теорема о непротиворечивости для ИЭФ. Нормальные формы в ИЭФ. СДНФ, СКНФ. Приведение к ДНФ (СДНФ) и КНФ (СКНФ). Теорема о полноте для ИЭФ. Булевские функции. Суперпозиции булевских функций. Замкнутые классы. Предполные классы. Теоремы о представлении булевских функций посредством СДНФ и СКНФ. Функциональная полнота систем булевских функций. Число булевских функций, зависящих от $n$ переменных. Классы $T_0$ и $T_1$ . Замкнутость $T_0$ и $T_1$ . Предполнота $T_0$ и $T_1$ . Класс линейных функций $L$ . Замкнутость $L$ . Предполнота $L$ . Лемма о нелинейной функции. Класс монотонных функций $M$ . Замкнутость $M$ . Предполнота $M$ . Лемма о немонотонной функции. Класс самодвойственных функций $S$ . Замкнутость $S$ . Предполнота $S$ . Лемма о несамодвойственной функции. Теорема о функциональной полноте систем булевских функций.
2.	Логика высказываний	Логика высказываний. Метод аналитических таблиц (а.т.). Классификация формул. Доказуемые формулы. Альфа-, бета-правила. Примеры расширения метода а.т. для трехзначных логик. Определения противоречий в логике высказываний. Теорема о непротиворечивости метода а.т. Лемма Хинтикки (для логики высказываний). Теорема о полноте метода а.т. (для логики высказываний). Теорема компактности (для логики высказываний). Приведение к ДНФ. и КНФ. методом а.т.
3	Множества и отношения	Булева алгебра множеств. Кортжи. Декартово произведение. Предикаты и отношения. Булева алгебра отношений. Бинарные отношения. Операции обращения и композиции. Бинарные отношения: матричное задание булевских операций над бинарными отношениями. Свойства и типы бинарных отношений. Графы. Простые графы и бинарные отношения. Отношения типа

		эквивалентности. Разбиения. Теорема о разбиении. Частично упорядоченные множества. Диаграммы. Полурешетки. Квазирешетки. Дистрибутивные решетки. Дистрибутивные решетки с дополнениями (булевы алгебры). Примеры дистрибутивных квазирешеток и решеток: некоторые трехзначные логики.
4	Логика предикатов	Язык логики предикатов первого порядка. Кванторы. Формулы. Оценки формул логики предикатов первого порядка. Реляционные системы, модели. Общезначимые формулы. Предикаты на конечных универсумах: устранение кванторов. Метод а.т. для логики предикатов первого порядка. Классификация формул. Правила вывода. Доказуемые формулы. Теорема о непротиворечивости метода а.т. (для логики предикатов). Лемма Хинтикки (для логики предикатов). Теорема о полноте метода а.т. (для логики предикатов).
5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	Предваренные нормальные формы в логике предикатов. Предваренные нормальные формы Скулема. Теорема о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема. Эрбрановский универсум множества дизъюнктов. Н-интерпретации множества дизъюнктов S. Необходимое и достаточное условие невыполнимости S. Семантические деревья. Опровергающие вершины. Теорема Эрбрана (вариант I). Теорема Эрбрана (вариант II). Применение теоремы Эрбрана: метод Девиса-Патнема. Метод резолюций для для логики высказываний. Теорема о резольvente как следствии дизъюнктов C1 и C2. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации. Теорема унификации. Метод резолюций для логики предикатов 1-го порядка. Лемма подъема. Теорема о полноте метода резолюций. Стратегия вычеркивания. Алгоритм поглощения. Теорема о корректности алгоритма поглощения.

#### 4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Алгебра логики	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
2	Логика высказываний	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты



3	Множества и отношения	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
4	Логика предикатов	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	Лекция + Семинар 1–4  Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ. для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

<b>Форма контроля</b>	<b>Макс. количество баллов</b>	
	<b>За одну работу</b>	<b>Всего</b>
Текущий контроль:		
● Опрос (1—5)	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 1—5)	5 баллов	20 баллов
● контр. работа (темы 1—3)	20 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину)		100 баллов
Текущий контроль:		
● опрос (6—8)	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 6—8)	5 баллов	20 баллов
● контр. работа (темы 6—7)	20 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину)		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>

67-50/ D,E	«удовлетворительно»/ «зачтено (удовлетворительно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

### 5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### 5.3.1. Образцы заданий для самостоятельного выполнения

#### Контрольная работа 1

##### Вариант I

№1  $((\neg p \supset \neg q) \supset ((q \supset p)) \equiv ((p \& q) \supset q)$

Доказать в ИЭФ

№2  $(p \supset ((p \supset q) \supset q)) \equiv 1$

Доказать в ИЭФ

№3 (1) Привести к с.д.н.ф. и найти с.к.н.ф., используя множество векторов  $\Omega_3$

$$(((p \& \neg(q \supset p)) \vee r) \vee (p \& (\neg q \supset (q \supset r))))$$

(2) Проверить результаты (1) по истинностной таблице.

**№4**  $((((p \supset p) \supset ((p \& r) \supset q)) \supset p) \& r)$

привести к с.к.н.ф. и проверить результаты по истинностной таблице.

**№5\*** Выразить  $x + y$  через  $x \downarrow y$ , где  $x \downarrow y = \neg(x \vee y)$ ,  $x + y$  – сложение Жегалкина (исключающее или).

### **Вариант II**

**№1**  $((p \supset r) \supset ((q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset r))) \equiv (\neg q \supset (q \supset r))$

Доказать в ИЭФ

**№2**  $((p \supset q) \supset ((p \supset \neg q) \supset \neg p)) \equiv 1$

Доказать в ИЭФ

**№3** (1) Привести к с.д.н.ф. и найти с.к.н.ф., используя множество векторов  $\Omega_3$

$$(((p \supset q) \supset (p \supset (p \vee r))) \supset (p \vee r))$$

(2) Проверить результаты (1) по истинностной таблице.

**№4**  $((((p \supset (q \supset r)) \supset ((p \& q) \supset r)) \supset p) \& q)$

привести к с.к.н.ф. и проверить результаты по истинностной таблице.

**№5\*** Выразить  $x + y$  через  $x | y$ , где  $x | y = \neg(x \& y)$ ,  $x + y$  – сложение Жегалкина (исключающее или).

## **Контрольная работа 2**

### **Вариант I**

**№1.** Построить сокращённую д.н.ф.  $F(x,y,z)$ . Существуют ли фиктивные переменные у  $F(x,y,z)$ ?

$$F(x,y,z) = \langle 11110100 \rangle$$

Указание. Истинностная таблица начинается с  $\langle 1,1,1 \rangle$

**№2.** В булевой алгебре множеств (БАМ) доказать тождества

(1)  $(X \cap Y) - (X \cap Z) = (X \cap Y) - Z$

(2)  $X \cup Y = (X \dot{-} Y) \cup (X \cap Y)$

**№3.** В БАМ вывести из гипотез:

(1)  $X \subseteq Y \vdash X \cup Z \subseteq Y \cup Z$

(2)  $(X \cap Y) \subseteq Z \vdash X \subseteq (-Y \cup Z)$

**№4.** Будет ли линейной  $F(x, y, z) = (xy \vee \neg x \neg y) + Z$ ?

**№5.** Выразить в алгебре Жегалкина  $F(x,y,z) = (x \supset y) \& (\neg x \vee z)$

**№6.** Будет ли функционально полной множество функций  $F = \{x+y, x \vee \neg y, 1\}$ ?

**№7\*** Из функционально полных множеств выделить все возможные базисы

$$(1) F_1 = \{x \supset y, 0, x+y, x \& y, 1\}$$

$$(2) F_2 = \{x \vee y, x+y, 1, x \& y\}$$

### **Вариант II**

**№1.** Построить сокращённую д.н.ф.  $F(x,y,z)$ . Существуют ли фиктивные переменные у  $F(x,y,z)$ ?

$$F(x,y,z) = \langle 00101111 \rangle$$

Указание. Истинностная таблица начинается с  $\langle 1,1,1 \rangle$

**№2.** В булевой алгебре множеств (БАМ) доказать тождества

$$(1) (X \cup Y) - Z = (X - Z) \cup (Y - Z)$$

$$(2) X - Y = X \dot{-} (X \cap Y)$$

**№3.** В БАМ вывести из гипотез:

$$(1) (X - Y) \cup Y = X \vdash Y \subseteq X$$

$$(2) X \subseteq (-Y \cup Z) \vdash X \cap Y \subseteq Z$$

**№4.** Будет ли самодвойственной  $m(\neg x, y, \neg z)$ ?

**№5.** Выразить в алгебре Жегалкина  $F(x,y,z) = (x \supset y) \& (y \downarrow z)$

**№6.** Будут ли функционально полными множества

$$(1) F_1 = \{m(x,y,z), x+y, 1\}$$

$$(2) F_2 = \{x \vee y, x \& y, x+y\}?$$

**№7\*.** Из функционально полных множеств выделить все возможные базисы

$$(1) \{m(x,y,z), 0, x \supset y, x+y\}$$

$$(2) \{x+y, x \vee \neg y, 1, x \equiv y, x \& y\}$$

## **Контрольная работа 3**

### **Вариант I**

**№1.** Методом аналитических таблиц доказать  $\forall x \forall y (P(x, y) \& Q(x, y)) \supset (\forall x \forall y P(x, y) \& \forall x \forall y Q(x, y))$ .

**№2.** Методом аналитических таблиц доказать  $(\exists x P(x) \& \varphi) \supset \exists x (P(x) \& \varphi)$ , где  $\varphi$  - любая замкнутая формула.

**№3.** Методом аналитических таблиц доказать  $\forall x (A(x) \equiv B(x)) \vdash (\exists x A(x) \equiv \exists x B(x))$ .

**№4.** Установить выполнимость в конечном универсуме  $U$  формулы

$$(\exists x P(x) \& \exists x Q(x)) \supset \forall x (P(x) \& Q(x)). \text{ Найти } U. \text{ Применить метод аналитических таблиц.}$$

**№5.**  $U = \{1, 2, 3\}$ .  $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ , показать, что  $R$  рефлексивно и симметрично.

**№6.** Привести к предваренной нормальной форме  $\exists x \forall y A(x, y) \vee \exists x \forall y B(x, y)$ . Построить стандартную форму Скулема и найти  $N_0$  и  $N_1$ .

№7. Методом резолюций доказать невыполнимость  $S = \{P \vee Q, R \vee Q, \neg R, \neg Q\}$ . Построить дерево вывода.

№8\*. Доказать методом аналитических таблиц  $R \subseteq Q \supset R \circ S \subseteq Q \circ S$ .

### Вариант II

№1. Методом аналитических таблиц доказать  $\exists x \exists y (P(x, y) \vee Q(x, y)) \supset (\exists x \exists y P(x, y) \vee \exists x \exists y Q(x, y))$ .

№2. Методом аналитических таблиц доказать  $(\varphi \vee \forall x A(x)) \supset \forall x (\varphi \vee A(x))$ , где  $\varphi$  - любая замкнутая формула.

№3.  $\forall x (A(x) \equiv B(x)) \vdash (\forall x A(x) \equiv \forall x B(x))$ . Вывести методом аналитических таблиц.

№4.  $(\exists x P(x) \& \exists x Q(x)) \supset \exists x (P(x) \& Q(x))$ . Методом аналитических таблиц установить выполнимость в конечном универсуме U. Найти U.

№5.  $U = \{1, 2, 3\}$ .  $R = \{<1, 1>, <1, 2>, <2, 1>, <2, 2>, <2, 3>, <3, 2>, <3, 3>\}$ , найти  $Q = R \circ R$ .

№6. Привести к предваренной нормальной форме  $\forall x P(x) \supset \forall y (\forall z Q(y, z) \supset \forall u P(u))$ . Построить стандартную форму Скулема и найти  $N_0$  и  $N_1$ .

№7. Методом резолюций доказать невыполнимость  $S = \{P \vee Q \vee \neg R, P \vee \neg Q, \neg P, R, T\}$ . Построить дерево вывода.

№8\*. Доказать методом аналитических таблиц  $(P \circ Q)^{-1} \subseteq Q^{-1} \circ P^{-1}$

## Контрольная работа 4

### Вариант I

№1. (1)  $W_1 = \{Q(a, x, f(x)), Q(a, y, y)\}$ ,

(2)  $W_2 = \{Q(x, y, z), Q(u, h(v, v), u)\}$ .

Унифицируемое ли  $W_1$  и  $W_2$ , если да, то найти НОУ.

№2. Найти резольвенты (если они есть):

$C_1 = \neg P(x) \vee Q(x, b)$

$C_2 = P(a) \vee Q(a, b)$

№3. (1) Каждый атлет силен

(2) Каждый, кто силен и умен, добьется успеха в своей карьере

(3) Петр – атлет

(4) Петр – умен

---

(5) Петр добьется успеха в своей карьере

A(x): x – атлет, a – Петр

S(x): x – силен

Q(x): x – умен

K(x): x – добьется успеха в карьере

Вывести следствие (5) из (1)-(4) методом резолюций. Построить дерево вывода.

№4. Из  $\forall x \forall y \forall z (P(x,y) \supset (P(x,z) \vee (P(z,y))))$

Методом резолюций вывести  $\forall x \forall y \forall z ((\neg P(x,y) \& \neg P(y,z)) \supset \neg P(x,z))$

Построить дерево вывода.

№5. Методом резолюций из иррефлексивности и транзитивности отношения R вывести его асимметричность. Построить дерево вывода.

№6\*. Методом резолюций из  $P \subseteq Q$  вывести  $P \circ R \subseteq Q \circ R$

### **Вариант II**

№1.  $W_1 = \{P(a,x,h(g(z))), P(z,h(y),h(y))\}$ ,

$W_2 = \{Q(f(w),a,z), Q(w,b,f(z))\}$ .

Унифицируемы ли  $W_1$  и  $W_2$ , если да, то найти НОУ.

№2.  $C_1 = \neg P(v,z,v) \vee P(w,z,w)$ ,

$C_2 = P(w,h(x,x),w)$

Найти резольвенты, если они есть.

№3. (1) Каждый студент честен

(2) Джон нечестен

---

(3) Джон – не студент

Вывести следствие (3) из (1) и (2) методом резолюций. Построить дерево вывода.

№4. Из  $\forall x \forall y \forall z ((\neg P(x,y) \& \neg P(y,z)) \supset \neg P(x,z))$

Методом резолюций вывести  $\forall x \forall y \forall z (P(x,y) \supset (P(x,z) \vee P(z,y)))$

Построить дерево вывода.

№5. (1)  $\forall x \exists y (L(x,y) \supset L(x,F))$

(2)  $\forall x \exists y L(x,y)$

---

(3)  $\forall x L(x,F)$

Методом резолюций из (1) и (2) вывести (3) (задача о Св. Франциске).

Построить дерево вывода.

№6\*. Методом резолюций из  $P \subseteq Q$  вывести  $R \circ P \subseteq R \circ Q$

### **Контрольные вопросы к экзамену**

#### **Вопросы 1-го семестра:**

1. Теорема 1 о функции оценки  $v[\varphi]$

2. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Теорема 2 о корректности.

3. Приведение к с.д.н.ф. в ИЭФ. Теорема 3 о представлении булевой функции посредством с.д.н.ф.

4. Приведение к с.к.н.ф. в ИЭФ. Теорема 4 о представлении булевой функции посредством с.к.н.ф.
5. ИЭФ. Теорема 5 о полноте ИЭФ.
6. Класс  $T_0$ : замкнутость и предполнота
7. Класс  $T_1$ : замкнутость и предполнота
8. Числа элементов  $T_0^{(n)}$ ,  $T_1^{(n)}$  и  $S^{(n)}$ ,  $L^{(n)}$
9. Булева алгебра множеств. Теорема о дополнении. Число элементов  $P_2^{(n)}$ .
10. Принцип двойственности в булевой алгебре высказываний
11. Класс  $S$  – самодвойственных функций. Замкнутость  $S$ . Число элементов  $S^{(n)}$ .
12. Класс монотонных булевых функций  $M$ . Замкнутость  $M$ .
13. Лемма 1 о  $F \notin S$ . Предполнота  $S$ .
14. Лемма 2 о  $F \notin M$ . Предполнота  $M$ .
15. Алгебра И.И. Жегалкина. Класс линейных булевских функций. Замкнутость  $L$ . Число элементов  $L^{(n)}$ .
16. Лемма 3 о  $F \notin L$ . Предполнота  $L$ .
17. Алгебра И.И. Жегалкина. Её функциональная эквивалентность булевой алгебре высказываний.
18. Булева алгебра высказываний (исчисление эквивалентных формул). Доказуемость формул и выводимость из гипотез. Теорема об отрицании.
19. Булева алгебра множеств. Булеан  $2^U$ . Число элементов  $2^U$ . Теорема о дополнении.
20. Теорема 6 о функциональной полноте (необходимость). Следствие 1.
21. Теорема о функциональной полноте (достаточность).
22. Следствие 2 Теоремы о функциональной полноте (число предполных классов есть в точности 5). Определение базиса множества булевских функций. Как найти базис множества булевских функций (следствие Теоремы 6 о функциональной полноте)?

### **Вопросы 2-го семестра:**

1. Множества Хинтикки и лемма Хинтикки для логики высказываний.
2. Теорема о корректности для метода аналитических таблиц для логики высказываний.
3. Теорема о полноте для логики высказываний.
4. Приведение к д.н.ф. методом аналитических таблиц.
5. Приведение к к.н.ф. методом аналитических таблиц.
6. Нахождение контроенок методом аналитических таблиц.



7. Лемма Кёнига.
8. Устранение кванторов для конечного универсума. Вывод формулы для композиции бинарных отношений.
9. Приведение к стандартной форме Скулема. Эрбранов универсум.
10. Н-интерпретация, Н-интерпретация  $I^*$ , соответствующая интерпретации I. Теорема 2 о невыполнимости множества дизъюнктов S.
11. Семантические деревья. Теорема Эрбрана (версия I).
12. Семантические деревья. Теорема Эрбрана (версия II) (без доказательства).
13. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема 5 о резольвенте.
14. Подстановка, композиция подстановок, унификация. Алгоритм унификации. Леммы 1-3.
15. Теорема 6 об унификации.
16. Метод резолюций для логики предикатов. Определение резольвенты. Резолютивный вывод. Лемма подъема.
17. Теорема 8 о полноте метода резолюций для логики предикатов.
18. Теорема корректности для логики предикатов (метод аналитических таблиц).
19. Множества Хинтикки и Лемма Хинтикки для логики предикатов.
20. Теорема о полноте для логики предикатов (метод аналитических таблиц).

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1. Список источников и литературы**

#### **а) Основная литература**

1. *Певзнер М.С., Финн В.К.* Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989.
2. *Чень Ч., Ли Р.* Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983.
3. *Новиков Ф.А.* Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).
4. *Лавров И.А., Максимова Л.Л.* Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Наука, 1975.
5. *Гладкий А.В.* Математическая логика. – М.: РГГУ, 1998.
6. *Вагин, В. Н.* Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах : учебное пособие / В. Н. Вагин. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 704 с. — ISBN 978-5-9221-0962-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2357>

## б) Дополнительная литература

1. Многочисленные логики и их применения. Том 1. Логические исчисления, алгебры и функциональные свойства // *Ред. В.К.Финн* – М.: ЛКИ., 2008
2. Многочисленные логики и их применения. Том 2. Логика в системах искусственного интеллекта // *Ред. В.К.Финн* – М.: ЛКИ., 2008

## 6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://isdwiki.rsuh.ru/moodle/course/view.php?id=11>
2. <http://www.wolframalpha.com/>

## 6.3. Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2021 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2021 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебный класс с хорошей доской, компьютером и видеопроектором.

## Перечень ПО

№п /п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Adobe Master Collection CS4	Adobe	лицензионное
2	ОС «Альт Образование» 8	ООО «Базальт СПО	лицензионное
3	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
5	Microsoft Office 2016	Microsoft	лицензионное
6	Zoom	Zoom	лицензионное

## **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;

- в форме аудиофайла.
- Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:
  - для слепых и слабовидящих:
    - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
    - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
    - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
  - для глухих и слабослышащих:
    - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
    - акустический усилитель и колонки;
  - для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
    - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
    - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы семинарских занятий

#### Тема 1. (14 ч.) Алгебра логики

*Цель занятий:* усвоить основные понятия алгебры логики, научиться строить истинностные таблицы, осуществлять вывод в исчислении эквивалентных формул, находить СДНФ и СКНФ, определять принадлежность функций алгебры логики к предполным классам, отвечать на вопрос о функциональной полноте конечных множеств функций, находить базисы систем функций.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Что такое формула логики высказываний? Что такое СДНФ и СКНФ? Какими способами можно найти СДНФ и СКНФ формулы логики высказываний? Что такое функция алгебры логики? Что такое суперпозиция функций алгебры логики? Какие классы функций называются замкнутыми, полными и предполными? Как можно использовать теорему о функциональной полноте для доказательства функциональной полноты системы функций и определения базисов систем функций?

*Контрольные вопросы:*

1. Логические связи, формулы логики высказываний. Истинностные таблицы логических операций.
2. Аксиомы и правила вывода ИЭФ. Теоремы о корректности и полноте ИЭФ.
3. СДНФ, СКНФ и способы приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ.
4. Булевские функции и их суперпозиция. Замкнутые классы булевских функций. Предполные классы. Теорема о функциональной полноте систем булевских функций.

*Список источников и литературы:*

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 8–37)
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 155–197).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

## **Тема 2. (14 ч.) Логика высказываний**

*Цель занятий:* освоить метод аналитических таблиц, научиться использовать аналитические таблицы для решения различных задач.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Что такое альфа- и бета-правила? Какие формулы являются доказуемыми? В каком случае мы говорим, что формула выводима из совокупности гипотез? Что такое множество Хинтикки? Как использовать аналитические таблицы для приведения к ДНФ и КНФ? Как использовать аналитические таблицы для решения текстовых логических задач?

*Контрольные вопросы:*

1. Альфа- и бета-правила. Аналитические таблицы.
2. Доказуемость формул и выводимость из совокупности гипотез.
3. Деревья. Лемма Кёнига. Теорема Компактности.
4. Множества Хинтикки. Лемма Хинтикки. Теоремы о корректности и о полноте.

*Список источников и литературы:*

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 73–108).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

## **Тема 3. (12 ч.) Множества и отношения**

*Цель занятий:* познакомиться с булевой алгеброй множеств, познакомиться со свойствами бинарных отношений и способами определения отношений, рассмотреть важные классы бинарных отношений (отношения эквивалентности и частичного порядка), научиться решать задачи с использованием аксиом булевой алгебры и свойств бинарных отношений.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Похожи ли аксиомы булевой алгебры множеств на аксиомы ИЭФ? Как определяется симметрическая разность множеств и какой операции алгебры логики она соответствует? Какое отношение называется отношением эквивалентности? Каков интуитивный смысл отношений эквивалентности? Как связаны между собой отношения эквивалентности и разбиения? Что такое диаграмма Хассе? Как используется диаграмма Хассе для представления отношения частичного порядка? Что такое полурешетка, квазирешетка и решетка?

*Контрольные вопросы:*

1. Булева алгебра множеств и ее сходство с булевой алгеброй классической логики.
2. Бинарные отношения и их свойства.
3. Отношения эквивалентности. Разбиения.
4. Отношения порядка. Диаграммы Хассе. Полурешетки, квазирешетки, решетки.

*Список источников и литературы:*

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 50–72).
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 21–103).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

#### **Тема 4. (12 ч.) Логика предикатов**

*Цель занятий:* ознакомить студентов с основными понятиями и результатами логики предикатов, научить применять исчисление предикатов для решения практических задач.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Каков интуитивный смысл кванторов? Каким образом можно перевести на язык логики предикатов математические утверждения? Как можно формально определить семантику логики предикатов? Каковы правила аналитических таблиц для логики предикатов и каков предпочтительный порядок их использования? Как можно применять аналитические таблицы для логики предикатов при решении практических задач?

*Контрольные вопросы:*

1. Язык логики предикатов. Кванторы.
2. Семантика логики предикатов. Реляционные системы. Модели. Общезначимость.
3. Предикаты на конечных универсумах.
4. Аналитические таблицы для логики предикатов.
5. Лемма Хинтикки. Теоремы о корректности и о полноте системы аналитических таблиц для логики предикатов. Теорема компактности.

*Список источников и литературы:*

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 38–49).
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

#### **Тема 5. (20 ч.) Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем**

*Цель занятий:* усвоить основные методы решения линейных уравнений.

*Форма проведения* – обсуждение, решение задач, опрос.

*Вопросы для обсуждения:*

Каков алгоритм приведения формулы к предваренной нормальной форме? Как порождается нормальная форма Скулема? Как связаны между собой исходная формула и ее нормальная форма Скулема? Будет ли нормальная форма Скулема эквивалентна исходной формуле? Как можно построить эрбрановский универсум для множества дизъюнктов? Как определить Н-интерпретацию? Как применять алгоритм унификации? Как использовать метод резолюций для решения практических задач?

*Контрольные вопросы:*

1. Предваренные нормальные формы. Нормальные формы Скулема.

2. Теорема о противоречивости формулы, представленной в нормальной форме Скулема.
3. Эрбрановский универсум. Н-интерпретации множества дизъюнктов.
4. Семантические деревья. Опровергающие вершины.
5. Теорема Эрбрана (вариант I и вариант II).
6. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о резольvente.
7. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации.
8. Метод резолюция для логики предикатов. Лемма подъема. Теорема о полноте метода резолюций.

*Список источников и литературы:*

1. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983 (с. 43–101).

*Материально-техническое обеспечение занятия:* академическая аудитория с хорошей доской.

## 9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Наименование раздела дисциплины	Кол-во часов	Вопросы для изучения	Литература
<b>Математическая логика. Часть I</b>			
Алгебра логики	24	<p>Язык логики высказываний. Логические связи. Формулы. Булевские оценки. Тавтологии. Эквивалентные формулы. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Доказуемые формулы и формулы, выводимые из гипотез. Теорема о непротиворечивости для ИЭФ. Нормальные формы в ИЭФ. СДНФ, СКНФ. Приведение к ДНФ (СДНФ) и КНФ (СКНФ). Теорема о полноте для ИЭФ. Булевские функции. Суперпозиции булевских функций. Замкнутые классы. Предполные классы. Теоремы о представлении булевских функций посредством СДНФ и СКНФ. Функциональная полнота систем булевских функций. Число булевских функций, зависящих от <math>p</math> переменных. Классы <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Замкнутость <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Предполнота <math>T_0</math> и <math>T_1</math>. Класс линейных функций <math>L</math>.</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 8–37)</p> <p>Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 155–197).</p>

		<p>Замкнутость L. Предполнота L. Лемма о нелинейной функции. Класс монотонных функций M. Замкнутость M. Предполнота M. Лемма о немонотонной функции. Класс самодвойственных функций S. Замкнутость S. Предполнота S. Лемма о несамодвойственной функции. Теорема о функциональной полноте систем булевских функций.</p>	
<p>Логика высказываний</p>	24	<p>Логика высказываний. Метод аналитических таблиц (а.т.). Классификация формул. Доказуемые формулы. Альфа-, бета-правила. Примеры расширения метода а.т. для трехзначных логик. Определения противоречий в логике высказываний. Теорема о непротиворечивости метода а.т. Лемма Хинтикки (для логики высказываний). Теорема о полноте метода а.т. (для логики высказываний). Теорема компактности (для логики высказываний). Приведение к ДНФ. и КНФ. методом а.т.</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 73–108).</p>
<p>Множества и отношения</p>	22	<p>Булева алгебра множеств. Кортежи. Декартово произведение. Предикаты и отношения. Булева алгебра отношений. Бинарные отношения. Операции обращения и композиции. Бинарные отношения: матричное задание булевских операций над бинарными отношениями. Свойства и типы бинарных отношений. Графы. Простые графы и бинарные отношения. Отношения типа эквивалентности. Разбиения. Теорема о разбиении. Частично упорядоченные множества. Диаграммы. Полурешетки. Квазирешетки. Дистрибутивные решетки. Дистрибутивные решетки с дополнениями (булевы алгебры). Примеры дистрибутивных квазирешеток и</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 50–72).</p> <p>Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 21–103).</p>



		решеток: некоторые трехзначные логики.	
<b>Математическая логика. Часть 2</b>			
Логика предикатов	34	<p>Язык логики предикатов первого порядка. Кванторы. Формулы. Оценки формул логики предикатов первого порядка. Реляционные системы, модели. Общезначаимые формулы. Предикаты на конечных универсумах: устранение кванторов. Метод а.т. для логики предикатов первого порядка. Классификация формул. Правила вывода. Доказуемые формулы. Теорема о непротиворечивости метода а.т. (для логики предикатов). Лемма Хинтикки (для логики предикатов). Теорема о полноте метода а.т. (для логики предикатов)..</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 38–49).</p> <p>Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).</p>
Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	36	<p>Предваренные нормальные формы в логике предикатов. Предваренные нормальные формы Скулема. Теорема о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема. Эрбрановский универсум множества дизъюнктов. Н-интерпретации множества дизъюнктов S. Необходимое и достаточное условие невыполнимости S. Семантические деревья. Опровергающие вершины. Теорема Эрбрана (вариант I). Теорема Эрбрана (вариант II). Применение теоремы Эрбрана: метод Девиса-Патнема. Метод резолюций для для логики высказываний. Теорема о резольвенте как следствии дизъюнктов C1 и C2. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации. Теорема унификации. Метод резолюций для логики предикатов 1-го порядка. Лемма подъема. Теорема о полноте метода</p>	<p>Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983 (с. 43–101).</p>

		<p>резолуций. Стратегия вычеркивания. Алгоритм поглощения. Теорема о корректности алгоритма поглощения.</p>	
--	--	---	--

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы**

Освоение дисциплины «Математическая логика» предполагает активную самостоятельную работу студента. Самостоятельная работа студента состоит из:

- подготовки к лекциям и семинарам (чтению и усвоению соответствующей литературы, указанной в таблице «Планы семинарских занятий», а также конспектов предыдущих лекций и дополнительной литературы);
- выполнения домашних заданий;
- выполнения домашних индивидуальных контрольных работ;
- подготовки к контрольным работам, зачету и экзамену.

Самостоятельная работа студента является важным компонентом обучения. Студент обязан приходить на лекции и семинары предварительно подготовившись по пройденным темам, которые используются в текущих лекциях и семинарах.

#### АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическая логика» является частью *математического и общенаучного цикла дисциплин* (Б2) подготовки студентов по направлению подготовки 036000 «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере». Дисциплина реализуется на отделении интеллектуальных систем в гуманитарной сфере кафедрой математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере.

*Цель дисциплины:* развитие навыков точного рассуждения, включающего методы доказательства в исчислениях как заданных аксиоматически, так и в виде систем правил (натуральные исчисления).

*Задачи дисциплины:*

- изложение начальных сведений, необходимых как для дальнейшего изучения математической логики, так и для успешного освоения курсов программирования и информационных систем;
- введение в теорию бинарных отношений, которая необходима для изучения теории баз данных;
- изложение основ автоматического доказательства теорем (этот раздел логики имеет большое значение для систем искусственного интеллекта).

*Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:*

ОПК-1.1 Способен использовать основы математического анализа, логики и математического моделирования.

ОПК-1.2 Способен использовать математические методы для построения моделей в информатике, лингвистике и некоторых гуманитарных дисциплинах.

ОПК-2.2 Пользуется современными справочными и библиотечными системами и системами дистанционного образования.

В результате освоения дисциплины (*модуля*) обучающийся должен:

*Знать:*

- характеристики аксиоматического метода (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- определения фундаментальных понятий математической логики (логическая связка, формула, булевская оценка, тавтология, эквивалентность формул, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) и совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ), булевская функция, замкнутый класс булевских функций, полнота и предполнота класса булевских функций; бинарное отношение, отношение эквивалентности и порядка, решетка, булева алгебра; логический вывод и доказательство, натуральный вывод, исчисление гильбертовского типа, аналитические таблицы, предикат, квантор, реляционная система, модел, общезначимость, полнота и непротиворечивость формальных теорий, предваренная нормальная форма, предваренная нормальная форма Скулема, Эрбрановский универсум, резолюция, подстановка и унификация) (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- теорему о функциональной полноте системы булевских функций (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- леммы Хинтикки и теоремы о полноте метода аналитических таблиц для логики высказываний и логики предикатов (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- теорему о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема, теорему Эрбрана (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- примеры применения теоремы Эрбрана для автоматического доказательства теорем (метод Девиса-Патнема, метод резолюций) (ОПК-1.1, ОПК-1.2);

- способы доступа к информационным ресурсам по математической логике (ОПК-2.2).

*Уметь:*

- формулировать на языках логики высказываний и логики предикатов утверждения (прежде всего математические), записанные неформально (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать технику алгебры логики для приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать технику натурального вывода для построения доказательств методом аналитических таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать алгебру бинарных отношений (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать поисковые машины для обнаружения нужной информации по математической логике (ОПК-2.2).

*Владеть:*

- навыками построения истинностных таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- навыками тождественных преобразований в алгебре логики (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- навыками построения аналитических таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2).

По дисциплине предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме устных ответов у доски, выполнения письменных домашних заданий и написания контрольных работ, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**